2

BRYSSO REDIVIVVS

Seu de

Geometrica Circuli quadratura vnico ſoluta Problemate.



ROMAE,

Typis Angeli Bernabò à Verme. MDCLVIII.
Superiorum permiſſu.

ILLVSTRISS. AC REVEREDISS. D.

D. CAROLO EMANVELI VIZZANIO

BONON. PATRITIO

Vtriusque Signaturæ Referendario, S.Officij Asses-
sori, Aulæ S.Concistoriali Aduocato, & in
Archigymnasio Rectori deputato.

A. SANCTINIVS LVCEN.
Congregationis Somaschæ Sacerdos, & in eodem
Archigymnasio Mathematum
Professor F. P.



AXIMA in publicis studijs inuenitur controuersia, Illustrissime, ac Reuerendissime Præsul, ob duas admodum implexas quæstiones, quarum neutra fuerat resoluta, vtut nec indiligenter disceptatas, immo continenter inquisitas. Vna de compositione continui inquirens (cuius tres sunt gradus, vt sunt dimensiones) altera verò commutandi spatium circuli in quadratum accuratè. Prima videtur petere, quod est arcanum naturæ, scilicet illius modum in productione rerum, longè

§ 2 diuer-

diuerſum ab eo, quod diſpenſatum fuerat humanæ menti, vt ſcilicet ſpecies recipiat à ſenſu, quare in diſputatione relinquendum, nec valde ambiguum an conciliari poterunt Philoſophi.

Secunda deinde quæſtio tota eſt geometrica, & per ea, quæ ab ipſa humana mente concipitur poteſt aſſequi, ex ſuis principijs, nempè elemēta propria, & quoniam à nullo hactenus fuerat aſſumpta per ordinata media, plurimi in difficultates ſeſe repererant inuoluti, quam poſſent liberari, & reliquerant ea, quæ fuerant à natura, vt proſequerentur conceptiones ad rem minimè conducentes. Proinde dicimus ex inordinatè propoſitis natam difficultatem, & nos aſſequuturos ſperamus per ſimpliciſſima media quæſitum hactenus opinatū inter impoſſibilia; quod idem infortunium acciderat ipſi heptagono ordinato, quem à nullo fuiſſet exploratum tam manifeſtum habetur, quod probatione non indigeat, adeo quod multa relicta in geometricis, quaſi pentagonus tranſitum obduxiſſet ad vlteriores polygonos; attamen duo hæc problemata ſimpliciſſimè per elementa ritè percepta, & ordinata, conſtruuntur, vtque poſt inuentionem mirum fiet, quomodo ignoratum fuerit à tot cultoribus Lyncæis.

Duo igitur ea problemata inter eas immiſimus propoſitiones, quas diximus Euclidi reſtituendas, non tamen ita explicata, vt neceſſe fuerat, quare

rurſus

rursus exponere pro nostro modulo eramus obnoxij.

Opusculum igitur qualecumque fuerit ausimus tuo nomini nuncupare, quoniam non debuimus ignorare illud sapienter assertum, quod ardor discendi prima fiat magistri dignitas, & à te quam maximè fuisset custoditum; quoniã in ætate florescenti post omnem à Græcis, ac Latinis eruditionẽ adeptam, elegeras ex professo studium interpretari philosophicum, vt per grauiora porrò clauderes Cyclopædiam integram, interim Latinis antea ignotum dederas, Ocellum, & tuis illustratum commentarijs, & deinde multiplici laurea decoratus. Ad Iuris prudentiæ labores conscenderas.

Cooptatus scilicet in eo Sapientum Collegio, qui in Aula S. caussas agere queant. Pluribus deinde oneratus munijs, quæ omnia decenter sustines, dotatus à natura, viribus, ac temperamento, adeo quod nullum te negotiũ inuenire potuit, quo minus ab vno in aliud intendere tibi non sit liberũ, difficiliaque penetrare, atque responsa pro quæsitis sapienter promere.

Neque tot implicitus curis, si quando detur a publicis negotijs quiescas (non tamen à laboribus) quoniam in morem duxeras, tunc te retrahere (quasi per amena viridarij) inter dilectos Pluteos, Selectorũ scilicet authorum, vt moliaris aliquid ex Genio, vt modò accepimus ad explendum cõmen-

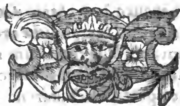
tarijs

tarijs tuis exornare, quod reliquum feceras de assumpto titulo, cuius partem in lucem emiseras de Principis mandato. In hanc igitur solitudinẽ meũ optarem te inueniret opusculum,& posset à Genio impetrare duo ad summum quadrantes horæ, vt illud inuiseres; (etenim extra illum locum, & importunum, & molestum foret) siquidem de tua probatione ratus nullus sperarem mihi posset ingerere metum, quia cum integra phalange pugnaturo non ignarus fueram. At dum Geometria propugno eius instructus armis saniores ad nostras transituros partes minimè sũ ambiguus; ideo possem protectus ab intelligentia,nec fucum nobis facere quisquam de vulgo:pro ea igitur quam consecutus fueras doctrina, opellam ne despicias oro; res enim habet non pendenda à mole, at ex viribus, quibus non pauca per totam Geometriam sanari postulant, vt duo fuerant ista problemata, quæ à multis iam annis sua tenuerant idonea media, neque ab authore(ad aliud intento) cognita, neque ab alio perspecta,vt resultarent quæsita,quare quod vni fiunt vt elementa, alius assumit ad incrementa;ideoque in Geometricis nullus finis,neque mea erga te deuotio, atque obsequium limitem. Vale.

Ego

EGo infrascriptus perlegi Opusculum, cui titulus; Bryslo rediuiuus, à R. P. D. Antonio Sanctinio Nostræ Congregationis Sacerdote, & nihil in eo reperi contra Fidem, aut bonos mores. Ideo facultate super hoc specialiter mihi facta ab Adm. R. P. D. Paulo Carrara Præposito Generali Nostræ Congregationis, vt Typis mandetur concedo, seruatis tamen seruandis. In quorum fidem &c. Romæ in Collegio Clementino die 15. Octobris 1658.

D.Hieronymus Rubeus Visitator
Congregationis Somaschæ.



Impri-

Imprimatur ſi videbitur Reuerendiſs. Patri Magiſtro Sacri Palatij Apoſtolici.

M.A.Oddus Epiſc.Hierap.Viceſg.

Imprimatur.
Fr. Raimundus Capiſuccus Mag Sac. Pal. Apoſt. Ord.Præd.

Ex literarum euersione in Opuſculo ſunt quædam typographica errata, quæ abſque ſcrupulo remitti queunt prudentiæ Lectoris, & ſequentia correximus.

pag.	*9.*	*l.3.*	*m icirculo*	legas	*in circulo*
p.	*11.*	*l.9.*	*quara*	l.	*quadratum*
p.	*23.*	*l.4.*	*inserit*	l.	*in se erit*

PROLOQVIVM.


ROPTER effectiones plurimas, ac proprietates quas de circulo Veteres obseruarunt, & in Matheſi præſtantiàm, præterea, quæ ad humanos vſus commoda & vtilitates prouenire nouerant, problema de dimenſione illius excitarunt, in quo nec omnes conuenerant, fuiſſet ſcilicet ſolubile, vel non, ita ex Ariſtotelis interpretibus habetur. At ex ijs qui affirmàrunt tres nobis memoriæ referunt; quorum primus fuerat Hippocrates ab inſula in qua ortum duxerat dictus Chius, Iſtæ ſuum modum non malè inceperat, nempè à principijs Geometricis haud digreſſus, deinde pro circulo degenerauit in quaudam eius partem à forma lunulam dictã, ſeu meniſcum quadrauit, at quia res noua fuit & ad incrementum feciſſet, non fuerat eiectus.

Secundus acceſſerat Antiphon inter philoſophos tunc non de turba, de eo habetur dixiſſe non differre circulum à prolygono laterum minimorum nullo modo perceptibilium, at per hoc aſſertum, inferebatur auferri à continuo quod eſſet de eſſenria, ſcilicet potentiam ſecandi, & quod duo poſſent dari abſque medio puncta, quod fue-

rat contra naturam continui, reprobatus mansit. Tertius deindè fuit Bryſſo, de quo philoſophus in primo poſteriorum, & in Elenchis commemorat reprehendens, quod in aſſumpto defeciſſet, quia de communi fuerat, non ex proprijs, vt oportuit, & illius paralogiſmum aiunt plures ex Eudemo Latini ac Arabes hunc fuiſſe. Vbicũque eſt maius & minus ibi eſt æquale, ſed in rectis lineis figuris datur circulo maior, ſupple quadratum diametri circumſcriptum; datur minor, per quadratum inſcriptum, ergo datur & æquale, & hoc ſanè ratiocinium de potentia concludit, opus namque erat inter ea duo quadrata in ratione dupla indicare punctum in quo in circumferentia æqualitas ea conſiſteret, quod non fecerat Author ille, neque quiſquam ab alio hactenus præſtitiſſe reperimus.

Archimedes verò ſuo admirabili ingenio conſiderauit quantitatis genus duo includi, diſcretum, & continuum, in ſua abſtractione non immiſceri, at in concretis iuuari ad inuicem, Ideò nobis propõſuerat comparationem diametri cum peripheia, & per deſcriptionem, at inſcriptionem ſimilium prolygonorum aperuit viam procedendi abſque limite, ſibi vero ſat fuerat, qui omnia ad opus duxerat, ſiſtere ad prolygonum 96. laterum; eam methodum porrò proſecuti fuère noſtris temporibus poſt alios anteriores authores induſtrij, qui

appro-

appropinquandi magis, ac magis posse, at rem acu tangere nouerant impossibile fieri, natura repugnante discreti generis, ex genere continui artifex ille magnus aliam excogitauit methodum, per occursum duarum rectarum linearum cum spirali, vna ad rectos angulos eleuata contingens circulum in principio spiralis indefinitè, aliam verò contingens spiralem in principio conuersionis, & quamuis delineatio spiralis non sit geomètrica; non defuerunt cultores; at minimè potuerant eam tangentem helicis determinare, quod, nec fecerat ille supremus author, verum ea inuentio ab artificibus culta in materiatis suas habet vtilitates, quare problema dequadratura non fuerat per tot tempora exhibitum, ad hoc probandum mihi labores non sumam, cùm Io: Gerardus Vossius nostri temporis conspicuus author, multis nominibus, in volumine de artibus popularibus, philologia & mathematicis scientijs ad cap. xvj. in se transtulit; vbi habet:

Interim post tantorum virorum experimenta, & demonstrationes, eamque copiam instrumentorum, quam hodie habeamus; nihilominus super esse videatur in hac arte, quæ necdum perfectionem suam fuerant consecuta.

Talis est quæstio dequadratura circuli, quæ tot iã olim præclara exercuit ingenia, Vti Pythagoræ, Platonis, Euclidis, Antifontis, Bryssonis, Hippar-

chi, Archimedis, Ptolomæi, Nicomedis, Apollonij pergæi, Philonis gaditani, Sporij, Pappi Alexandrini, Boethi, Hermanni contracti, aliorumque virorum; nec minus superiore seculo, ac nostro agitata est à Nicolao Cusano, Io. Regiomontano, Orontio Delphinate, Francisco Vieta, Iosepho Scaligero, Ludolfo à Ceullen, Hadriano Romano, Alphonso Melitensi Cano, VVillebrordo Snellio, Henrico Briggio Anglo, Christiano Seuerino, Io. Pellio, Gregorio à Sancto Vincentio, & alijs summi ingenij viris. Num quæstionis subtilitatem, aut ingenij humani imbecillitatem, in causa dicemus esse, quod seculis tot fuerit desudatum in soluendo nodo, qui adhuc sit inuolutus? Non spiralis magni Archimedis ratio, non illa quadratrix Pappi, suffecere. Prætulere hi lucem non exiguam, nec leue fuit quod posteriores addiderunt, sed sic quoque, ea quæstio parte sui mansit tenebris obsepta. Nimirum à carceribus est procursum, necdum tamen ad metam est peruentum.

Atque idem dixero de problemate Deliaco, siuè duplicatione cubi, quæ fieri nequit, nisi immittendo duas rectas lineas inter datas, vt continuè sint proportionales, quo in problemate laboratũ olim à Platone, Archita Tarentino, Menechmo, Eratosthene, Philone Bizantio, Apollonio Pergęo, Herone, Nicomede, Diocle, Sporo, è Iunioribus a Ioanne VVernero. (vt de Io. Moltherohasso taceam)

ceam) à Christoforo Gruembergero. Illo (vt ait Claudius Riccardus in Commentario in Euclidem Hypsidem, & alios) cuius sunt omnia geometrica, quæ de Templo Salomonico legere est apud Ioãnem Baptistam Villalprandum. hucusque Vossius. At post illius decessum ratio postulat nostri instituti minimè in silentium tradere, que successerat, scilicet ex Gallia satis ingeniorum felix. Prodierat Renatus des Cartes, qui repererat ante se eam artem speciosæ scilicet analysis, à primo authore Viæta excitatam; cum ille in eandem valdè propensus esset; in culturam susceperat, & nonnihil immutatam; immò verius aliam propriam conceperat nouam atque studiosis commendauit, ex ijs haud suo absimiles ingenio assectas obtinuit, qui post illius decessum (non enim vltra quatuor & quinquaginta annos, quæ dicuntur lanifices eius stamen protraxerunt) relictum agrum sibi agnouerant fæcundiorem non permiserant quiescere infatigatum. Profitebatur nobilis ille des Cartes ob assecutam cum acumine mentis, peritiam, de omni oblato problemate posse decernere, & determinare an fuisset soluendum, siue minus; quo circa requisitus opportunè quid de eo quadraturæ sibi videretur, respondit.

,, Illud esse problema istis positionibus circum-
,, uallatum quod oleum, & operam perderet
,, quicumque illius solutioni studeret.

Hoc

Hoc totum habemus traditum à Daniele Lipstorpio in volumine ad specimina philosophiæ Cartesianæ mihi fol. 87. quare opinari licet, quòd experimentum sumpsisset, quid sibi iuuarent artis suæ analyseos vires, & agnouisset eas minus efficaces ad intentum, quod illud idem antea contigerat Vietæ, qui ad omne problema laudauerat in Isagogius suis methodum traditam, fortasse in mentem retinuerat à methodo ea non comprehendi problema de circulo inquadratum, quoniam in octauo Variorum, ad caput xv. vt probaret quid per Geometriam liceret assequi (cognouerat namque regiam, quam dixerant alij viam ab Archimede propositam, non collimare ad punctum) dixerat se agere de dimensione circuli Geometrica, benè proxima veræ, scilicet minimè accurata. Ideo locus huic insigni problemati occupatus non adest, Nonnulli asseuerarunt cum Campano, qui opposuit quadraturæ illum de angulo contactus scrupulum, nimirum angulus mixtus à portione circulo maiore esse recto maiorem: reliquus verò de circulo, minor recto, & transitus fieri per continuum; attamen angulus semicirculi non esse rectum, vbi argumentum Brysonis omne caderet; verum nostra methodus non afficitur per angulum contactus, quia de eo tamquam si non esset nihil attigimus, vt infra cõstabit: præterea ea quæstio hodie à viris peritis exagitata, vt cognoscerēt, quid

quid res sua natura exquirat, demonstrarunt esse terminata, & multis rationibus concludunt non differre rectus à lineis rectis constitutus angulus ab eo semicirculi, non enim appellatio fieri debet aliundè, quã ad mentis tribunal; etenim Ius nullũ manet, ad illud sensus quoniam à proprio obiecto, mathesis subtracta materia, non potest se immisceri sẽsus quomodocũq; porrò se habeat res, nostra methodus non afficitur, quoniam verò nescio quid animositatis referat vt vergat ad temeritatẽ, qui contra tot heroes videamur audere, primum eos admonitos volumus, qui nostra inspecturi sunt, quod per omnia munimur euclideis elementis, à quorum robore, non erimus discessuri, neque præterea sumus adeò hebetes, quod ignoremus posse solutio hæc præclara alicui conspicuo loco haberi emancipata, & per accidens fieri eum à nobis occupari eo tempore, in quo Geometrica facultas incliner dilucidari antiquum hoc præstigium, quod nuncupari debuit; propterea quod illud tam arduum tot seculis apparuerat, facillima res erat, atque præ oculis, vt mirari oporteat fo illusos fuisse lynceos & peritos, vndè censendum erit certo consilio gestum, quod voluerit Genius calamo insufflari nostro, vt liceret nobis illud vertere celebris Vatis.

Carmina non scripsi, at modulans alterna notaui;

fortasse quia nonnihil Iuris ad rem peruenisset;

per

per consimilis vetustatis, duo alia soluta problemata ex elementis proprijs Geometriæ scilicet de duabus immissis lineis inter extremas rectas, vt fieret vna analogia, ac de sectione anguli tripartita. Ne igitur incomitatum problema iteretur quadraturę, iunximus aliud pro heptagono vtrumque. Construetur igitur & vt noua res demonstraturi, antiquum illud repetemus (paræmia, seu) adagium cogitationes secundæ meliores.

PROBLEMA.

Spatium circuli Geometria in quadratum commutat.

DAtur circulus, vt vertatur eius spatium in quadratum, concipiatur cirumscriptũ quadratũ, cuius media latera tãgent in ABCD extrema diametrorũ AC, BD, ab angulo CFD, (concipe ductá FD) æquali suo opposito, alia diameter GH porrecta habetur in F, augmẽtum illud æquale fiet ex altera parte, si centro ex E distantia EF excederet HG. peræqualem excessum HF, nam GFH per 3 secundi est GHF, plus HF quadrato, ad hoc igitur quod minuatur illud augmentum, erigatur ex H contingens non terminata, & à puncto F incli-

inclinetur FK æqualis semidiametro, FC datur K punctum à quo in G, extremum diametri HG, secabitur in L. à circulo: Dico partē micirculo GL esse latus quadrati æquale circulo dato. Iungatur HL, quoniam excessus quadrati à diametro GH supta circulum, debet contrahi analogicè intra eum, vt illius partes potentiales, vt GL, HL, æquent penitus quadratū diametri, ita quod pars vna, GLq, sit pro spatio circuli, & reliqua LHq pro collectis excessibus, qui sunt triangula quatuor mixta æqualia, atque similia, quod vt fiat, oportet secare GH,

B vt

vt in M, vt fiat linea GM, ad MH, in ea ratione quadrati GL, ad LHq, vsque ad hoc vt resolutio, in ea sunt duo ordines, GM linea prima, GH secunda GLq, tertia magnitudo, GHq quarta, MH linea quinta, HLq, sexta, si per 24. quinti argumẽtũ fiat à cõpositione, erit per 31. sexti, vt prima cũ quinta GM†MH, ad secundam GH, vt tertia cum sexta GLq†HLq, ad quartam GHq, vtrobique æqualitas, & ordines sunt HG, GL, GM vnus, GH, HL, HM, alius, quare secatur GH quidem in M, vt quadratum GL, ad HLq, Hoc autem ritè per

geo-

geometriam perceptũ fiet problema facillimũ,ſcilicet duarum GF, GH, & tertia per 11. ſexti inueniatur GM, & à puncto M erecta ad normam ML. erit L punctum, ad quod æqualitas conſiſtit, & ad hoc tam obuium opus reuocatur præſtigiũ ignotum noſtris maioribus. Sed pergamus ad reliquum huius harmoniæ geometricæ. nam triangulum GKF rectangulum in K per conuerſam 8. ſexti, fuerant enim GF in FH rectangulum, & quadra- FK æqualia, quia in analogia fuerant tres illę GF. FK. HF. ergo punctum K in circulo à ſemidiametro totius GF deſcripto, & ſimilia, deindè triangula quatuor maiora GKF. GKH. GHL. GLM. & lineæ FK. KH. HL. LM. tria triangula minuuntur per ſimilia incontinua analogia triangula. Si dixero igitur, vt GF. ad FK. ita GK. ad KH. & pergendo vt GK. ad KH. ita GH. ad HL. & quoniam poſita fuerat, FK. æqualis dimidij GH. hoc eſt ſemidiametro, erit propter ſimilitudinem triangulorũ KH. ſemiſſis GL. pariter & latus tertium HF. in triangulo FKH. ſemiſſis fiet tertio reducti trianguli latere, HL. quod etiam per 2. ſexti GF. ad GH. vt GK. ad GL. ita FK. ad HL. triangulum igitur GFK. reuocatur intra circulum per HGL. triangulum, nempè per analogiam trium FH. KL. HM. & conſequenter latera, KHL. ſunt dimidia latera trianguli LGM. hoc eſt HL. ſub dupla GM, & LK. ſubdupla ML. iam fuerat GL. dupla KH. omnia

cosentiunt in hac geometrica harmonia, & quadrata GL. LH. in circulo partes naturales de quadrato circumscripto distinctæ sunt, circulus pro quadrato GL, & excessus reliquus in collecto HL. quadrato, & extra illud L. punctũ aliud, analogia nõ potest subsistere, quare à circumscripto quadrato si per E. centrũ ad semidiametrũ EF. scinduntur HF. & eius æqualis ex altera parte, dupla itaq; HF. est ad sensũ æqualis HL. pro quatuor ab HF. quadratis per 4. secundi excessibus, & quod fuerat potestas in GH. extẽsa cũ excessibus, qui detrahuntur,

reuo.

reuocata diameter GH. vt in poteſtate intra, & eius partes GL. & HL. illud ſpatium reſtituunt, quæ poſſunt aſſequi per factam conſtructionem GF. ad FK. ita GH. ad HL. & modus iſte fuerat à nobis in editione prima obſeruatus; Nunc verò pregreſsi ſumus compendioſè, vt duarum GF. GH. tertia ſequatur GM.

Sed adhuc non aperuimus per arcani huius veram clauem, quæ erat circumſcriptum quadratū, & facta conſtructione, vt in ſchemate ponere diametrum GH. differentiam extremarum, & ſunt extremæ GF. FH. & clauis vlterius, ad alias extremas GK. KL. tertiò differentia alia extremarū GM extremæ fuerint GH. MH. quare per hoc idem medium nempè idoneum, ex dato latete, & media ad tria in ſerie regredimur. Sit ergo GL. differentia extremarum eius extremæ per vulgatum lemma, ſeu primam propoſitionem 3. Zeteticorum Vietę inuenio punctum K. à quo in erectam à puncto L. indeterminatam pono ſemiſſem GL. vt KH. habetur determinatum H. punctum, & ex G. in H. diametrum: ergo redit circulus à diametro GH. æqualis ſpatio quadrati GL. in hoc omnia redeunt conſimilia, quod non eſt opus iterum repetere. Si verò placeat varietas abſque diſpendio, ſumatur GL. pro diametro, cui circulus eat, in quo aptabis per primam quarti duplam LK. fiet LM. & ex G. in M. procurrat linea in idem punctum H. ere-

ctæ

ctæ ex L. normalis fiet LH, quadratum differentię inter HG. quadratum diametri, & circulum.

SCHOLIVM.

Quo circa diameter GH aucta in GF efficit basim trianguli rectãguli GKF, & amoto augmento HF manet aliud GKH triangulum, in qua series continuantur GHL triangulum totum, & partes in eadem analogia, ita vt LM MH quadrata, sunt differentia quadrati à diametro HG supra circulum, & duo GM, ML quadrata sunt spatium circuli omnia reuocata in eadem analogia triangulorum similia, quare addito triangulo LMH ipsi GLq, seu GML triangulo triangulum GLH, per diametrum, vt quadratum æquatur rursus quadratis GL, LH simul vt etiam ex 2. duodecimi circulus AB, &c. duobus circulis à diametris GL, LH, quare geometricè omnia procedunt, nec amplius erunt obscura.

PRO-

PROBLEMA II.

De constructione Polygoni imparium late-rum in genere.

Maiores nostri inordinatione proly goni laterum imparium non vltra pentagonum præcesserant, quod autem ad latus quindecimi excessissent fuit per differentiam duorum laterum pentagoni in eodem circulo supra latus isopleuri, at pro heptagono singulari effectione, ignotum fuerat tot sæcula ad nostra vsque tempora, suppleuerant authores per opus haud legitimum, quo ad Io: Keplerus pertesus de onere inquirendi, & reperisset nil sibi iuuari in suis harmonicis insectatus illud schema, suaderi voluerat non posse assequi geometricè, & ideo neque inquiri amplius oportere, quia defectus in facultate inesset: nos in quadam opportunitate non pro vno heptagono, at pro indeterminatis formulam quamdam generalem dedimus, etiam pro paribus lateribus potens, non tamen accipiendam in vsum, cum bisectio elegantior efficiat, nostra exemplaria non fuerant venalia animo quædam reformandi iam à decem annis, nec modo licuit ob vrgentia alia, quæ impediunt, at quia incidimus in quodam Volumen

Tu-

Tubingæ impressum sub titulo Synopsis mathematica, &c. apud Io: Alenandri Cellij, 1653. in quo reperimus repetita verba Kepleri, vt sequitur mihi fol. 171.

Notandum de Heptagono.

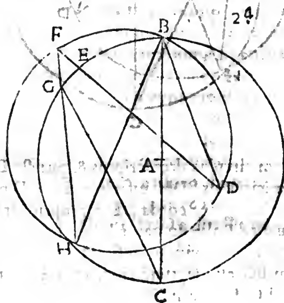
,, Heptagonus, etsi mechanica quadam ratione
,, circulo inscribi possit, geometirica tamen de-
,, scriptione, tàm extra circulum, quàm in cir-
,, culo caret, quum lateris quantitas, respectu
,, diametri, vel cuiuscumque alierius figuræ, etsi
,, necessaria sit ignoretur: nec vt vult Keplerus
,, in suis harmonicis è mente humana sciri possit:
,, Itaque nullum vnquam regulare septangulum
,, à quoquam constructum esse ait, sciente, & vo-
,, lente, & à proposito agente, nec construi posse,
,, ex proposito, sed benè fortuitò, & tamen igno-
,, rari necesse esse constructum sit, an non.

Hactenus in ea Synopsi, quocirca innouatum hoc Kepleri assertũ, à suis Coacademicis, vt aiunt, quia opusculum illud nostrum totũ nequeat rursus visitari, eam partem pro præseuti quæstione de heptagono non debemus relinquere, quum ad rem faciat maximè, ne contra veritatem geometricam gliscere sinamus erroneam doctrinam, etenim defectum fuerat in cultura, atque cultores, nõ tamen in facultate. Ponamus igitur generalem inuentam prius formulam, deinde veniemus ad aliã

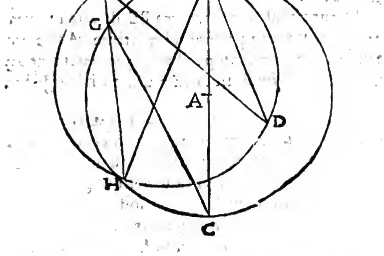
singu-

ſingularem, vt appareat, quam imperitè inſecutus fuerat heptagonus, & quanti fieri debeant, quę pro geometria propugnanda exhibentur. Ad rem itaque.

Detur circulus in diametro BE. de quo inquiratur pars quæcumq; laterum imparium. Accipiantur tot ſemipartes in periferia, quot latera debet habere polygonus, ſit exemplum in heptagono,



itaque accipiantur tres partes cum vnius ſemiſſe à puncto B. ea amplitudine circini, vt omnes ſimul citra diametrum contineantur, & ſint in noſtro caſu $\frac{7}{2}$ in arcu BH. prima BE. iungatur corda BH.



circa quam circulus alter ſcriptus,& puncto D, ſecetur ſemicirculus BDH. biſariam, à quo D.per E. datum prius, agatur corda DE.in proprio circulo, & ab inuento F.alia iungatur HF.ea ſecabit circulum datum nouo puncto in G. Dico portionem abſciſſam BG eſſe ſeptimã circuli partẽ circa diametrum BC. Iungãtur DB.& CG. & quoniã inſiſtentes ſuper æqualem, aut eundem circulum per 21. tertij, anguli ſunt pares, & pares anguli de inæqualibus, circulis portiones ſimiles abſcindũtur per 10' definitionem tertij, propter BG.anguli ad H.& C.æquantur,ita propter FB.anguli H & D.

æquales, tres ergo anguli H, C, F, pares sũt, atq; arcus BG. BF. BE. in analogia, & inuertendo erit proportio continua BE. BF. BG. at BE. ea pars fiet assumpti arcus BH. quæ BF. sui semicirculi BH. atq; BG. semicirculi dati, $\frac{1}{2}$ ad $\frac{2}{2}$ quæ BF. ad BH. atque BG. ad BC. & BE. ad BH. omnia consequentia duplata erit ratio BE. ad duplum BH. arcum. Ita 1. ad 7. Ita BF. ad suum circulum BFHD. & ita BG. ad suũ datum.

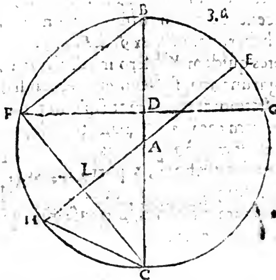
Quocirca per henc inuentam analogiam septimam partem in duos circulos exhibemus, quod fuerat necesse, quia non minus, quam in tribus terminis haberi nequeat ex 9. definit. 5.

Authores quidem Keplero moderatiores nunquam negarunt ab ipsa Geometria eruendi heptagoni potestatem; at repeterunt sapienter non esse adhuc inuẽtam eam artem, hanc tradidimus ante decennium, & modò repetimus, quia exemplaria pauca fuerunt distributa, & porrò succedentibus temporibus iniquis ex non paucis extra Italiam directis iacturam fecimus, at transeamus ad singulare illud problema.

PROBLEMA III.

Heptagonus in circulo à Geometria inscribitur.

SIt circulus in diametro BC. hæc secta in D. secundum mediam, ac extremam rationem, & ad rectos angulos per idem punctum ducta FG. Dico sectum circulum in quatuor, & tres omnes partes æquales, quarum vna HC. iungantur CF.

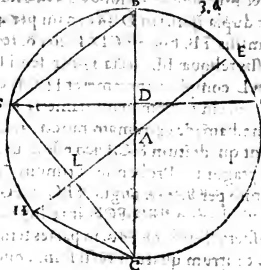


BF. & quoniam ex vi sectionis tres fiunt in serie CB.CD.BD.& per 8. sexti CB. BF.BD.ergo æquales CD. & FB.at si diuidatur bifariam CF.à linea ex cē-

tro

tro AH. ipſi CF. erit & arcus bifariam ſectus per 30. tertij, & ſimiliter in ratione eadem AH. in L. ſecatur, vt dupla ipſius in D. fuit; nam per 4. ſexti AL. eſt ſemiſſis FB. hoc eſt CD. Ideo, & reliqua HL. ſemiſſis reliquæ BD. ſecta igitur ſemidiametro AH. in L. compleatur diameter HE. hæc ducta in HL. minorem partem ſemidiametri ſectæ ſecundum mediam, ac extremam rationem EH. in HL. poſſunt quadratum HC. Dico eſſe latus ipſum quæſiti heptagoni. Probemus primum per angulos, etenim per 8. ſexti anguli FBC. CFG. fiunt pares, vt etiã alij duo BFG. FCB. intelligatur diameter conſueta diuiſione 360. in partes ſcindere, ergo ad A. centrum quatuor recti fiunt, quorũ A. vna ſeptima pars in triangulo HAC. habet 51. $\frac{3}{7}$ & in periferia angnlus B. duplum 102. $\frac{6}{7}$ totidem pro CFG. ſunt ſimul 205. $\frac{5}{7}$ ab angulo ACH. dempto FCH. manet ACL. æqualis BFG. ſimul 154. $\frac{2}{7}$ nã ad baſem H. & C. Iſoſcelis quilibet eſt 64. $\frac{2}{7}$ à quo ſublato 25. $\frac{5}{7}$ pro LCH. manet 38. $\frac{4}{7}$ ACL. ad arcum relatus pro BF. efficitur 77. $\frac{1}{7}$ & totidem pro eius coæqualis BFG. fiunt ea ſumma bis 154. $\frac{2}{7}$ tota itaque peripheria diſtributa eſt in ſeptem partes quod anguli conſentium, ſi de quantitate eius lateris HC. inquiratur. Ponamus diametrum HE. eſſe quatuor vnitates, eius dimidium binariũ AH. & vtraque ſecetur in eadem ratione in L. vt iam factum habemus per v. propoſitionem libri xiij.

Eſi-



Euclidis, secari in A. centro. Rursus in eadem ; & quatuor de tota HE. diametro fieri in serie analogica LE. AE. AL. LH. earum partium quantitates ex ordine sunt r. 5 † 1 | 2 | r. 5 — 1 | 3 — r. 5 partiũ quare per 16. sexti idem productum habetur, ex duabus extremis, quam à duabus medij r. 5 † 1. m 3 — r. 5 LE. in LH. fiunt r. 20 — 2 totidẽ 2. in r. 5 — 1 cui addatur quadratum ex LH. 14 — r. 180. efficetur summa algebricè 12 — r. 80. quadratum HC. 12 — r. 80. latus verò inuentum potestatiuè erat r. (12 — r. 80. quod neqnit aliter enunciari ob naturam generis discreti ; at quoniam tota HE. taxa-

uimus

uimus 4. vnitates si HC. quadrato, addatur CEq. rectus erit HCE. angulus, & CE. componetur ex LC. quod fuerat r.20—2. atque ex quadrato portionis LE. r.5 † 1. inserit r.20 † 6. quorum summa r.80 † 4. addita HCq. ———————— r.80 † 4

———————— 12—r.80

redit quadratũ diametri eius relatus vni- 16. o

tates quatuor, tot fuere limitata à princi- 4

pio.

Cõclusio. Quocirca tã ignotum latus polygoni septẽ laterum fuerat nostris prædecessoribus, quod ordinatio figurarum imparium, vt nõ vltra pentagonum nullus fuerat qui procederet ad heptagonum, & tamen L. punctum extremum pentagoni in circulo scribendi (iuxta formam Ptolemæi, qua vtuntur omnes commodior, quam Euclidis) pentagonum altera consimili analogia heptagonum affert in schemate punctum L. illud idem, in quod à circuli puncto quadrantis, linea nimirum potens hexagoni, & decagoni quadrata per 10. libri 13. Eucledis. Fit latus pentagoni, & secatur, vt supra diximus in L. semidiameter media, ac extrema ratione non itaque pentagonus clauserat progressũ ad alios polygonos, ea imparibus lateribus; immò nobis ostendit ad heptagonum iter tutissimum; si itaque in eodem schemate inter diametrum totam HE & LE. acquisitam per v. propositionem libri xiij. inuenias per 8. sexti mediam in ratione erit

ducta

(ducta CE.) quadratum potens, ab eo diametri quadrato, deductum, vt reliquum CH. fiat quadratum lateris heptagoni. Erat HE. vnitates 4. in LE. r.5. † 1. ducta, simul sunt r.80. † 4. quanta erat summa LCq†LEq. & illi quadratũ 12—r.80 pro quadrato HL. in se summa redire videtur quadratum 16. idest radix diameter 4. Cur autem, quæ facillima fuerant ex natura rei nostri non viderant præcessores, defectus in inquisitione fuit per elementa, & quoniam tot encomijs, atque laudibus inter humanas, atque mysticas scripturas videmus, & meritò celebrari numerum septenarium, non poterat hoc honore fraudari Geometria, vt in perfectissima circuli figura non reperiret locum: inspeximus igitur fuisse elemento fœcundissimo connexum, vbi si antiquiores aduertissent cogitando reperijssent, quod idẽ dicimus de quadratura, pro excessu aucto ad circuli diametrum, abs natura ipsa oblatum: Vidimus clauem artificiosam ante fores paratam ad ingressum, non quidem commenticiam, vel lusoriam, at in superficiem non attendimus, & præ oculis habemus, procul ad impropria vertimus ideo in luce erramus meridiana aliquando.